**绝密★启用前**

**2021年普通高等学校招生全国统一考试（乙卷）**

**理科数学**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．设，则（ ）

A． B． C． D．

2．已知集合，，则（ ）

A． B． C． D．

3．已知命题，；命题，，则下列命题中为真命题的是（ ）

A． B． C． D．

4．设函数，则下列函数中为奇函数的是（ ）

A． B． C． D．

5．在正方体中，为的中点，则直线与所成的角为（ ）

A． B． C． D．

6．将5名北京冬奥会志愿者分配到花样滑冰、短道速滑、冰球和冰壶4个项目进行培训，每名志愿者只分配到1个项目，每个项目至少分配1名志愿者，则不同的分配方案共有（ ）

A．60种 B．120种 C．240种 D．480种

7．把函数图像上所有点的横坐标缩短到原来的倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移个单位长度，得到函数的图像，则（ ）

A． B． C． D．

8．在区间与中各随机取1个数，则两数之和大于的概率为（ ）

A． B． C． D．

9．魏晋时期刘徽撰写的《海岛算经》是关于测量的数学著作，其中第一题是测量海岛的高．如图，点，，在水平线上，和是两个垂直于水平面且等高的测量标杆的高度，称为“表高”，称为“表距”，和都称为“表目距”，与的差称为“表目距的差”，则海岛的高（ ）



A． B．

C． D．

10．设，若为函数的极大值点，则（ ）

A． B． C． D．

11．设是椭圆的上顶点，若上的任意一点都满足，则的离心率的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

12．设，，．则（ ）

A． B． C． D．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．已知双曲线的一条渐近线为，则*C*的焦距为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知向量，若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．记的内角的对边分别为，面积为，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．以图①为正视图，在图②③④⑤中选两个分别作为侧视图和俯视图，组成某个三棱锥的三视图，则所选侧视图和俯视图的编号依次为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（写出符合要求的一组答案即可）．



**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

（一）必考题：共60分．

17．（12分）

某厂研制了一种生产高精产品的设备，为检验新设备生产产品的某项指标有无提高，用一台旧设备和一台新设备各生产了10件产品，得到各件产品该项指标数据如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 旧设备 | 9.8 | 10.3 | 10.0 | 10.2 | 9.9 | 9.8 | 10.0 | 10.1 | 10.2 | 9.7 |
| 新设备 | 10.1 | 10.4 | 10.1 | 10.0 | 10.1 | 10.3 | 10.6 | 10.5 | 10.4 | 10.5 |

旧设备和新设备生产产品的该项指标的样本平均数分别记为和，样本方差分别记为和．

（1）求﹔

（2）判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备是否有显著提高（如果，则认为新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高，否则不认为有显著提高）．

18．（12分）

如图，四棱锥的底面是矩形，底面，，*M*为的中点，且．



（1）求，

（2）求二面角的正弦值．

19．（12分）

记为数列的前*n*项和，为数列的前*n*项积，已知．

（1）证明：数列是等差数列;

（2）求的通项公式．

20．（12分）

设函数，已知是函数的极值点．

（1）求*a*；

（2）设函数．证明:．

21．（12分）

已知抛物线的焦点为*F*，且*F*与圆上点的距离的最小值为4．

（1）求*p*；

（2）若点*P*在*M*上，是*C*的两条切线，是切点，求面积的最大值．

**（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，的圆心为，半径为1．

（1）写出的一个参数方程；

（2）过点作的两条切线．以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，求这两条切线的极坐标方程．

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知函数．

（1）当时，求不等式的解集；

（2）若，求*a*的取值范围．

**2021年普通高等学校招生全国统一考试（乙卷）**

**理科数学参考答案**

一、选择题

1. C 2. C 3. A 4. B 5. D 6. C 7. B 8. B 9. A 10. D 11. C 12. B

二、填空题

13.4 14.  15.  16. ③④（答案不唯一）

三、解答题

（一）必考题

17. （1）；（2）新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高.

18. （1）；（2）

19. （1）由已知得,且，取,得,由题意得,消积得到项的递推关系,进而证明数列是等差数列;

（2）

20. （1）；

（2）由（Ⅰ）知，，其定义域为．

要证，即证，即证．

（ⅰ）当时，，，即证．令，因为，所以在区间内为增函数，所以．

（ⅱ）当时，，，即证，由（ⅰ）分析知在区间内为减函数，所以．

综合（ⅰ）（ⅱ）有．

21. （1）；（2）.

（二）选考题

22.（1），（为参数）；

（2）和．

23. （1）.（2）.